# 14. Моделирование случайных величин

Методы моделирования случайных величин можно разбить на следующие:

* Метод обратной функции (используется для получения и дискретных, и непрерывных СВ с заданным законом распределения)
* Метод кусочной аппроксимации функции плотности СВ (универсальный метод)
* Другие приближенные методы (неуниверсальные – пригодны для получения случайных чисел с конкретным законом распределения)

**Метод обратной функции**

Если ξ – равномерно распределённая СВ на интервале (0,1), то искомая случайная величина η получается с помощью преобразования

η = *F*η-1(ξ), где *F*η-1 – функция, обратная *F*η.

Если случайная величина η имеет плотность распределения , то распределение случайной величины

является равномерным на интервале (0,1).

Чтобы получить число, принадлежащее последовательности случайных чисел , имеющих функцию плотности , необходимо разрешить относительно уравнение

где – число, принадлежащее последовательности случайных чисел равномерно распределенных на интервале от (0,1).

**Пример:** (откуда растут ноги у второй лабы) Необходимо получить случайные числа с экспоненциальным законом распределения

.

Получаем уравнение (см. (1))

Отсюда

Так как*,* получаем:

**Ограничения** применения метода обратной функции:

* + для многих законов распределения, встречающихся в практических задачах моделирования, интеграл не берется, т.е. приходится прибегать к численным методам решения,
  + для случаев, когда интеграл берется в конечном виде получаются формулы, содержащие действия логарифмирования, извлечения корня и т.д., что резко увеличивает затраты машинного времени на получение каждого случайного числа.

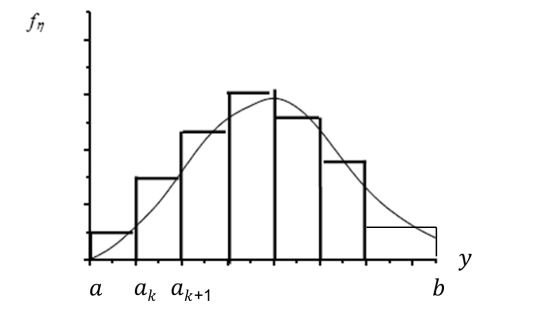
**Метод кусочной аппроксимации функции плотности СВ**

Это приближенный универсальный способ получения случайных чисел.

Пусть требуется получить последовательность случайных чисел с функцией плотности , значения которой лежат в интервале .

Разобьем интервал на интервалов, и будем считать на каждом интервале постоянной.

Разбивать необходимо так, чтобы вероятность попадания случайной величины в любой интервал была постоянной, т.е.:



**Алгоритм**:

1) генерируется случайное равномерно распределённое число из интервала ;

2) с помощью этого числа случайным образом выбирается интервал ;

3) генерируется число и масштабируется с целью приведения его к интервалу , т.е. домножается на коэффициент ;

4) вычисляется случайное число

с требуемым законом распределения.

**Достоинства метода**:

* требуется небольшое количество операций для получения каждого случайного числа, т.к. операция масштабирования (2) выполняется один раз перед моделированием;
* количество операций не зависит от точности аппроксимации, т.е. от количества интервалов .

**Неуниверсальные методы:**

Рассмотрим пример применения способа преобразования последовательности равномерно распределенных случайных чисел в последовательность с заданным законом распределения на основе предельных теорем теории вероятностей.

Такие способы ориентированы на получение последовательностей чисел с конкретным законом распределения, т.е. являются неуниверсальными.

Пусть требуется получить последовательность случайных чисел , имеющих нормальное распределение с математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением :

Случайные числа формируютсяв виде сумм последовательностей случайных чисел , равномерно распределенных на интервале от (0,1).

Воспользуемся центральной предельной теоремой:

Если – независимые одинаково распределенные случайные величины, имеющие математическое ожидание и дисперсию σ2, то при сумма

асимптотически нормальна с математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением

Как показывают расчеты, сумма имеет распределение, близкое к нормальному, уже при сравнительно небольших . Практически достаточно , а в простейших случаях – .

*Преимущество* этого способа – высокое быстродействие.

*Недостатком* является игнорирование «хвостов» нормального распределения, которые могут уходить в обе стороны от величины на расстояние, превышающее *6*σ*.*

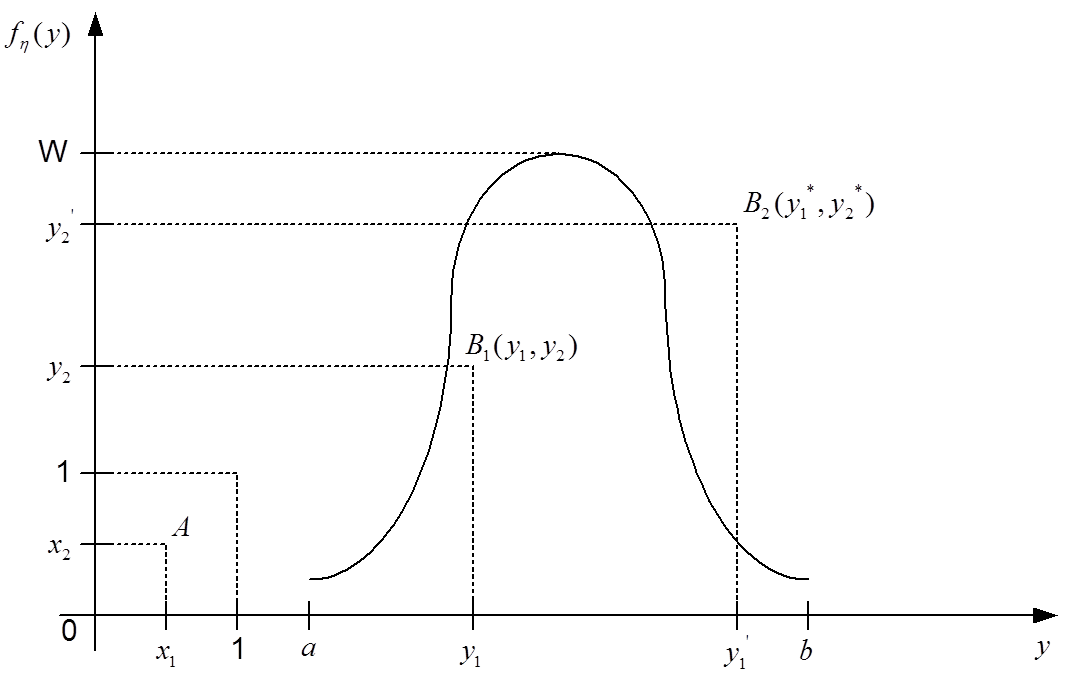
Поэтому при проведении особо точных экспериментов применяются другие – более точные (но более медленные) способы.

В современных системах имитационного моделирования обычно используются **не менее двух программных датчиков случайных величин, распределенных по нормальному закону** (их выбор осуществляется автоматически управляющей программой).

Рассмотрим **универсальный метод Неймана**.

Метод имеет ограничение применения – СВ должна задаваться усеченным законом, или законом, который может быть аппроксимирован усеченным.

На рис. показана функция плотности СВ η, заданная на интервале .



Максимальное значение функции – .

**Алгоритм**:

1. С помощью датчика случайных чисел, равномерно распределенных на интервале , выбирают пары чисел (на рис. – точка А)
2. Формируется преобразованная пара чисел, равномерно распределенных на интервалах соответственно и :
3. Проверяется выполнение неравенства
4. Если оно выполнено, то и есть искомое значение случайной величины η. (на рис. – точка В1).
5. В противном случае вновь генерируются случайные числа и алгоритм повторяется заново.